

Interrogation rapide n° 5

1 heure

	Cours	Exercice 1	Exercice 2	Exercice 3	Exercice 4	BONUS
Total	8	2	2	4	4	2

I Question de cours

1. Donner le théorème de Bézout et son corollaire.
2. Donner le théorème de Gauss et son corollaire.

II Exercices

Exercice 1

1. En utilisant l'algorithme d'Euclide déterminer le PGCD de 4984 et 798.
2. En déduire la fraction irréductible de $\frac{798}{4984}$.

Exercice 2

Soit $n \in \mathbb{N}$, monter que $30n^2 + 21n + 13$ et $15n^2 + 8n + 6$ sont premiers entre eux.

Exercice 3

En remarquant que le couple $(33; 14)$ est solution de l'équation $17x - 40y = 1$ où x et y désignent des entiers relatifs, démontrer que :

$$\text{« Pour tout entier naturel } a, \text{ si } \begin{cases} a^{17} \equiv b \pmod{55} \\ a^{40} \equiv 1 \pmod{55} \end{cases} \text{ alors } b^{33} \equiv a \pmod{55} \text{ »}$$

Exercice 4

Soit (u_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $u_0 = 14$ et $u_{n+1} = 5u_n + 6$.

1. Donner les quatre premiers termes de la suite (u_n) .
2. Que peut-on conjecturer pour le PGCD de u_n et u_{n+1} ?
3. Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n , u_n est divisible par 2 mais pas par 3.
4. **BONUS** ; Démontrer la conjecture faite à la première question.